

# Teknostart Prosjekt

August, Gina, Jakob, Siv-Marie & Yvonne

Uke 33-34

## 1 Sammendrag

Forsøket ble utøvet ved å variere parametre på apparaturen for å finne utslagene dette hadde på tregghetsmomentet. Karusellen ble tilført energi i form av en fjær, der fjærkonstanten ble funnet ved hjelp av Hookes lov.

## 2 Introduksjon

Gjennom dette forsøket har vi sett på rotasjonsfysikk, og observert egenskapene til roterende legemer i form av lodd på en karusell. Utover i forsøket har vi endret ulike parametre for å finne sammenhenger mellom kinetisk energi, vinkelhastighet og tregghetsmoment. Parametrene som ble endret var massen og massens plassering ift. rotasjonsentrum.

## 3 Teori

### 3.1 Fysiske uttrykk relatert til rotasjonsfysikk

$$\text{Kinetisk energi} = E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\text{Omløpstid} = \text{Periode} = T$$

Rotasjonsfart kan også beskrives som en funksjon av antall radianer det roterende objektet tilbakelegger i løpet av et sekund. Symbolet for vinkel-farten er den greske bokstaven omega ( $\omega$ ).

Dette kan uttrykkes som:

$$\text{Vinkelhastighet} = \omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\text{Strekning på tid } T = 2\pi$$

Ved å benytte definisjonen for fart, radianers egenskaper relatert til omkrets og substusjon av definisjonen av  $\omega$ , får vi følgende:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi}{T} \times r = \omega r$$

Erstatter dette inn i formelen for kinetisk energi

$$E_k = \frac{1}{2} m(\omega r)^2 = \frac{1}{2} (mr^2) \omega^2$$

Som konvensjon, erklærer vi treghetsmomentet til et objekt ( $I_0$ ) lik  $mr^2$ , for å forenkle formlene, siden denne formen dukker opp ofte i rotasjonsfysikk

$$I = mr^2$$

### 3.2 Anvendelse av disse uttrykkene til beregning av kinetisk energi av et roterende legeme

Den totale kinetiske energien til karusellen vil være summen av den kinetiske energien til dets bestanddeler, mao. den nakne karusellen og loddene. Dette kan uttrykkes som:

$$K_{tot} = K(\text{lodd}) + K(\text{karusell})$$

Massefordelingen til karusellen,  $M$ , vil være summen av massen til alle enkelte massepartikler:

$$M = \sum_i m_i \implies$$

Fra samme tankegang får vi også at den kinetiske energien til karusellen er summen av den kinetiske energien til hver enkelt massepartikkel i karusellen:

$$K(\text{karusell}) = \sum_i K_i = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

Ved å skrive om, ser vi at vi kan erstatte inn treghetsmomentet til den nakne karusellen:

$$= \sum_i \frac{1}{2} m_i (\omega r_i)^2 = \frac{1}{2} (\sum_i m_i r_i^2) \omega^2 = \frac{1}{2} I_0 \omega^2$$

hvor vi benytter oss av følgende sammenheng:

$$I_0 = \sum_i I_i = \sum_i m_i r_i^2 = \text{karusellens treghetsmoment}$$

Dermed kan vi få et uttrykk for den totale kinetiske energien til karusellen i form av treghetsmoment i stedet for masse:

$$K_{tot} = N \times \frac{1}{2} mr^2 \omega^2 + \frac{1}{2} I_0 \omega^2 = \frac{1}{2} (I_N + I_0) \omega^2$$

### 3.3 Bestemmelse av fjærkonstanten ved Hookes lov

Hookes lov beskriver den lineære sammenhengen mellom en fjærs utstrekn-  
ing relativ til dets equilibriumsposisjon og kraften den utfører.

$$F = -kx$$

Intergralet av denne funksjonen vil gi den potensielle energien lagret i  
fjæra:

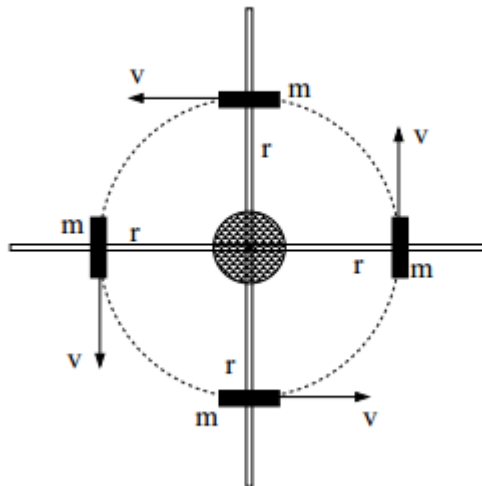
$$\text{Potensiell energi: } U = \int_{x_0}^x f(x) = \frac{1}{2}kx^2$$

Loven om energibevarelse gir dermed da:

$$\begin{aligned} U &= K_{tot} \\ \stackrel{N=0}{\implies} \frac{1}{2}kx_0^2 &= \frac{1}{2}I_0\omega^2 \\ \implies I_0 &= \frac{kx_0^2}{\omega^2} = \frac{kx_0^2T}{4\pi^2} \end{aligned}$$

## 4 Metode og Apparat

For å bestemme sammenhengen mellom kinetisk energi, vinkelhastighet og  
treghetsmoment tok vi i bruk en karusell. Apparaturen var firearmet med  
en fiksert akse. En snor var festet rundt aksens i en ende og til en fjær i den  
andre enden.



Figur 1: Karusell

Den potensielle energien i fjæren ble overført gjennom tauet til kinetisk energi i karusellen. Vi så bort fra energitap i overgangen. Det ble gjennomført flere ulike forsøk for å undersøke hvordan omløpstiden varierte i forhold til antall lodd og loddens avstand fra rotasjonssentrum. Systemet ble tilført konstant mengde energi gjennom hele forsøket ved å strekke fjæren til 10 cm fra utgangsposisjon 5 cm. Dette gir  $x_0 = 5\text{cm}$ . Målingene ble avlest fra innlagt distansemarkør i fjærkapselen.

Forsøket ble innledet med å finne fjærkonstanten. Dette skjedde ved at en kraftmåler ble festet til fjæren slik at en kunne måle både kraft og fjæras utstrekning. Deretter ble fjærkonstanten regnet ut med Hookes lov:  $F = -kx$ . Ved hjelp av stoppeklokke beregnet vi omløpstiden til karusellen,  $T$  som et testforsøk. Deretter brukte vi kamera i kombinasjon med programmet "Tracker" som en mer nøyaktig metode for beregning av omløpstiden. Vi gjennomførte flere parallelforsøk for å få en gjennomsnittlig verdi med mindre påvirkning av usikkerhetene involvert i forsøket. Begge delforsøkene ble gjennomført uten masse på apparaturen.

Videre i forsøket tilførte vi masse til apparaturen. Vi startet med to lodd plassert symmetrisk om akse helt ytterst på armene. Deretter økte vi jevnt oppover med to lodd til 8 lodd der alle var plassert ytterst på armene. Gjennom hver økning av masse tok vi tre filmopptak for å beregne perioden,  $T$ .

Til slutt varierte vi avstanden fra sentrum på to lodd plassert symmetrisk om akse. Vi startet med  $r = 30,5\text{cm}$  og plasserte loddene ca.  $2\text{cm}$  nærmere sentrum for hvert delforsøk. Dette gjentok vi 8 ganger med 3 filmopptak for hver verdi av  $r$ .

## 5 Resultater

Resultater for måling av kraft og utstrekning på fjæra:

Kraft, F	Utsrekning fjær, $x_0$
2.1 N	0.005 m
4.4 N	0.01 m
6.9 N	0.015 m
9.2 N	0.02 m
12 N	0.025 m
14.9 N	0.03 m
17 N	0.035 m
19 N	0.04 m
21 N	0.045 m
24.6 N	0.05 m
28.1 N	0.06 m
32.7 N	0.07 m
38.5 N	0.08 m

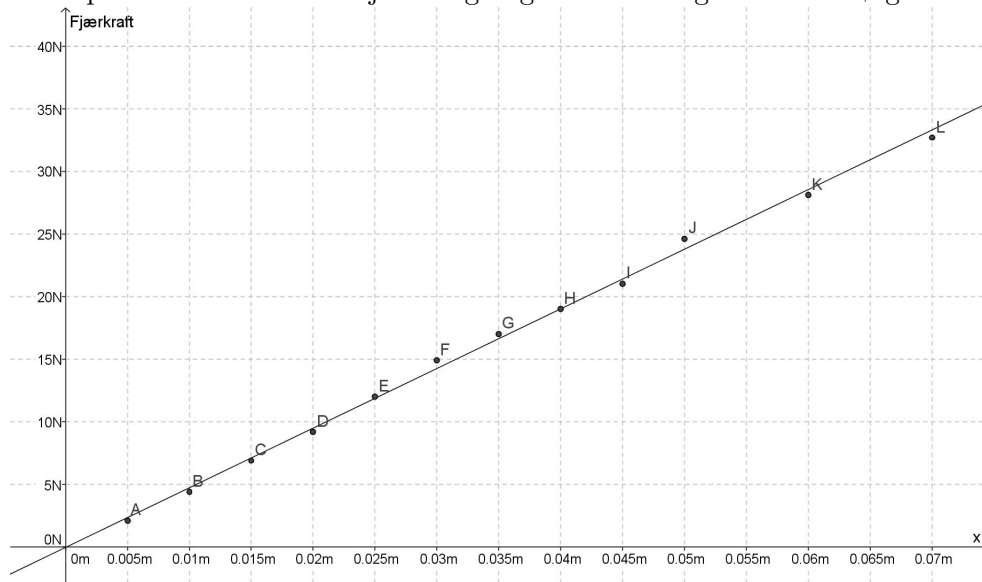
Karusellen brukte 1,34 sekunder på en omdreining uten vekter. I de neste målingene lot vi radiusen være konstant, for å se hvordan antall vekter påvirket tiden til en omdreining. Ved alle nye parameterendringer tok vi tida ved tre forskjellige målinger. Usikkerheten i tabellen er bestemt ut fra største avvik fra gjennomsnittet.

Antall vekter	Tid	Usikkerhet
2	2,08sek	0,05sek
4	2,57sek	0,03sek
6	3,05sek	0,07sek
8	3,47sek	0,18sek

Radius	Tid	Usikkerhet
28,1cm	2,478sek	0,05sek
26,3cm	2,375sek	0,08sek
24,3cm	2,170sek	0,01sek
22,3cm	2,100sek	0,04sek
20,3cm	1,980sek	0,04sek
18,3cm	1,843sek	0,01sek
16,3cm	1,773sek	0,05sek
11,3cm	1,513sek	0,02sek

## 6 Diskusjon og Feilkilder

Ved å plote inn dataene fra fjærberegningene inn i Geogebra fikk vi følgende:



Graf 1: Hooke's lov

Gjennom lineær regresjon fikk vi grafen som viser sammenheng mellom fjærutstrekning og kraft, jfr. Hooke's lov. Stigningstallet til grafen =  $k = 476,53 \text{ N/m}$

Det vi så i testene, var at treghetsmomentet ble større desto flere vekter som ble satt på karusellen, og det samme gjaldt desto lenger unna sentrum vektene ble festet. Fjærlengda var den samme ved alle målinger, og sammen med fjærkonstanten vi fant i første del av forsøket, gir dette et treghetsmoment på:

$$I_0 = \frac{kx_0^2}{\omega^2} = \frac{479 \text{ kgm}^2 \times (0,05\text{m})^2}{\frac{2\pi^2}{1,37\text{s}}} = 0,054 \text{ kgm}^2$$

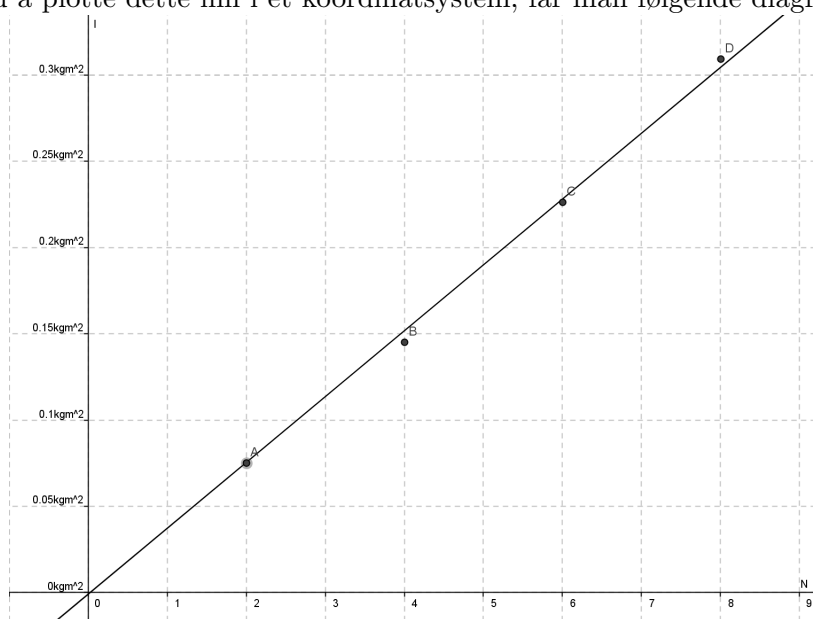
Ved å sette på vekter får man derimot:

$$I_n + I_0 = \frac{kx_0^2}{\omega^2} \implies I_n = \frac{kx_0^2}{\omega^2} - I_0$$

Ved å bruke denne formelen får man følgende tabell for treghetsmoment:

Antall vekter	Radius	Trehetsmoment
2	0,305m	0.0751kg/m <sup>2</sup>
4	0,305m	0.145kg/m <sup>2</sup>
6	0,305m	0.227kg/m <sup>2</sup>
8	0,305m	0.309kg/m <sup>2</sup>
4	0,281m	0.138kg/m <sup>2</sup>
4	0,263m	0.116kg/m <sup>2</sup>
4	0,243m	0.0879kg/m <sup>2</sup>
4	0,223m	0.0789kg/m <sup>2</sup>
4	0,203m	0.0641kg/m <sup>2</sup>
4	0,183m	0.0483kg/m <sup>2</sup>
4	0,163m	0.0407kg/m <sup>2</sup>
4	0,113m	0.0149kg/m <sup>2</sup>

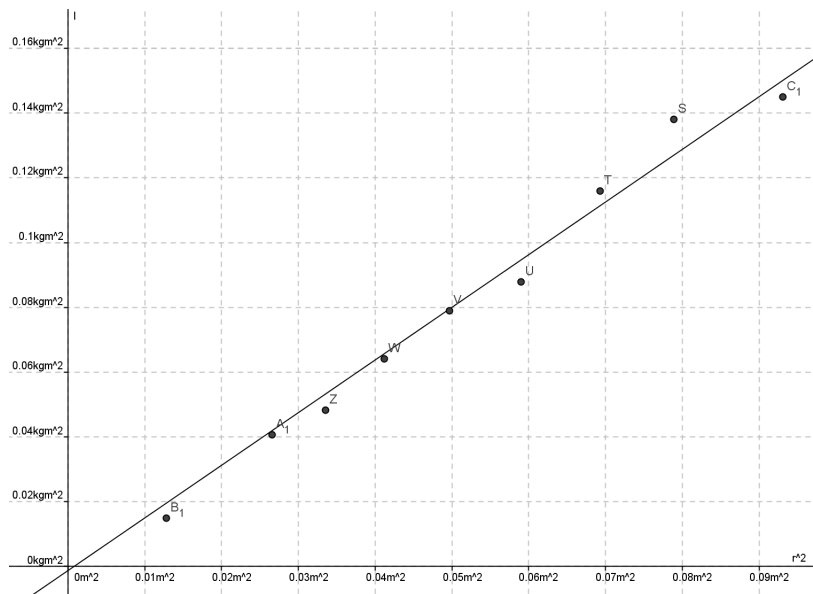
Hvis en så først ser på sammenhengen mellom treghetsmoment og vekt ved å plote dette inn i et koordinatsystem, får man følgende diagram:



*Graf 2: Trehetsmoment plottet mot antall vekter*

Man ser altså at det er en lineær sammenheng mellom masse (antall lodd) og treghetsmomentet hvilket stemmer over ens med formelen  $I=mr^2$ .

Videre skal altså treghetsmomentet være proporsjonalt med kvadratet av massens radius til rotasjonssentrum. Det vil si at om man plotter treghetsmoment mot kvadratet av radius, vil man få en lineær graf. Resultatene av forsøket ga følgende kurve:



Graf 3: Trehetsmoment plottet mot kvadratet av vektene's distanse fra rotasjonssenter

Det er altså, med noe større feilmargin (usikkerheten blir også kvadrert), lineær sammenheng mellom trehetsmoment og radius' kvadrat.

En kan derfor si at trehetsmomentet er proporsjonal med massen og kvadratet av radius hvilket også er helt i tråd med teorien.

Av feilkilder er det verdt å nevne friksjon og luftmotstand. Dette har ikke blitt tatt hensyn til i forsøket, men siden tidsavlesningen kun gikk på første rotasjonen, vil dette ha lite å si. Det er i tillegg sannsynlig at ikke all energien fra fjæra ble overført til karusellen. Vi opplevde f.eks. flere ganger at tauet mistet festet og karusellen kun fikk minimal fart. Avlesninger på øyemål ved bruk av Tracker kan ha gitt en liten usikkerhet, men denne vil være meget liten. En menneskelig feilkilde, er at det er vanskelig å få presis lik fjærlengde ved hver eneste måling, dvs. den kinetiske energien kan ha variert noe fra forsøk til forsøk. Dette er likevel vanskelig å gjøre noe med uten mer avansert utstyr. Tilsvarende var målingene av radius ut til vektene noe vanskelig med en stiv linjal, så her finner vi også noe usikkerhet.

## 7 Konklusjon

Trehetsmomentet til karusellen har blitt bestemt ved endring av enkeltparametere. Av grafene ser man at trehetsmomentet er proporsjonalt med massen og kvadratet av radius. Dette er også helt i tråd med teorien.